EJERCICIOS DE PRÁCTICA PARA CUARTA EVALUACIÓN EN PROCESO DE MATEMÁTICAS

Contenido: Adición de fracciones con diferente denominador sin llevar y llevando, sin y con simplificación.

Como prerrequisitos para la adición de fracciones, es importante repasar algunos contenidos.

Cálculo del M.C.M de dos números

Recordemos. El M.C.M de dos o más números, es el menor de los múltiplos comunes de estos. Por ejemplo, para el M.C.M de 12 y 6

$$\text{Múltiplos } 12 : 12, 24, 36, 48, 60, \ldots$$
$$\text{Múltiplos } 6 : 6, 12, 18, 24, 30, \ldots$$

Donde el menor de los múltiplos comunes es el señalado en rojo, por tanto, el M.C.M de 12 y 6 es 12. Este método es para entender el concepto, sin embargo, no es práctico calcular el M.C.M de esta forma. Para ello se utiliza el siguiente esquema

$$\begin{array}{cc|c} 12 & 6 & 2 \\ 6 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & \end{array} \quad \text{M.C.M}(12, 6) = 2 \times 2 \times 3 = \mathbf{12}$$

Obteniendo el mismo resultado que antes.

Ejercicios 1. Calcule el M.C.M de los siguientes pares de números.

a) 3 y 4 b) 5 y 15 c) 8 y 12

Fracciones equivalentes por amplificación

Dos o más fracciones son *equivalentes* si representan la misma cantidad, y para obtener fracciones equivalentes se pueden amplificar.

Recordemos. Calcular dos fracciones equivalentes a $\frac{2}{3}$ por amplificación.

Fracción 1:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times \mathbf{2}}{3 \times \mathbf{2}} = \boxed{\frac{4}{6}}$$

Fracción 2:

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times \mathbf{3}}{3 \times \mathbf{3}} = \boxed{\frac{6}{9}}$$

De este modo, decimos que $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ y $\frac{6}{9}$ son fracciones equivalentes, y las relacionamos con igualdad:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

Ejercicios 2. Calcule una fracción equivalente para cada inciso.

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{3}{4}$

Suma de fracciones con igual denominador.

La suma de dos fracciones con igual denominador es la suma de los numeradores sobre el denominador común. Ejemplo:

$$\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{2+5}{9}=\frac{7}{9}$$

Ejercicios 3. Calcule las siguientes sumas de fracciones con igual denominador.

a) $\frac{5}{7}+\frac{1}{7}$ b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ c) $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}$

TRÁNSITO A LA SUMA DE FRACCIONES CON DISTINTO DENOMINADOR

En contenidos previos se desarrollaron sumas y restas de fracciones con igual denominador (fracciones homogéneas), realizando un proceso relativamente fácil:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}, \qquad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

En cuanto a los números mixtos, sucede algo similar, pero por ahora no es de nuestro interés.

El hecho de recordar el cálculo del M.C.M, la amplificación de fracciones y la suma de fracciones con igual denominador es crucial para entender el proceso para sumar fracciones con diferente denominador, ya que son estas fases, en ese orden, las que se realizan para realizar las sumas de fracciones con distinto denominador (ver página 169 – 170 del libro de texto).

La *idea fundamental* de estos pasos es: calcular el M.C.M de los denominadores, luego amplificar las fracciones originales de tal manera que tengan como denominador común el M.C.M calculado anteriormente y así poder sumar fracciones con igual denominador.

Ejemplo. Para calcular $\frac{2}{7}+\frac{3}{5}$, calculamos el M.C.M de los denominadores:

$$\begin{array}{cc|l} 7 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 7 \\ 1 & & \end{array} \quad \text{M.C.M}(7,5)=5\times 7=35$$

Ahora, ¿cómo amplificamos de tal manera que $\frac{2}{7}$ y $\frac{3}{5}$ (ambas) tengan a 35 como denominador? Fácilmente podemos tomar las fracciones originales y nos preguntamos

$$\frac{2}{7}=\frac{2\times\square}{7\times\square}=\frac{}{35} \qquad \frac{3}{5}=\frac{3\times\square}{5\times\square}=\frac{}{35}$$

¿Por cuál número se debe multiplicar el 7 para que el resultado sea 35?

¡Exacto! Por el 5, pues $7\times \mathbf{5}=35$

¿Por cuál número se debe multiplicar el 5 para que el resultado sea 35?

¡Exacto! Por el 7, pues $5\times \mathbf{7}=35$

Entonces, para amplificar las fracciones de tal manera que tengan el mismo denominador, hacemos

$$\frac{2}{7}=\frac{2\times\boxed{5}}{7\times\boxed{5}}=\frac{10}{35} \qquad \frac{3}{5}=\frac{3\times\boxed{7}}{5\times\boxed{7}}=\frac{21}{35}$$

Ahora tenemos dos fracciones que sí tienen igual denominador, así que ya podemos sumar:

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{5}=\frac{10}{35}+\frac{21}{35}=\frac{10+21}{35}=\boxed{\frac{31}{35}}$$

Ahora veamos el cálculo de forma más resumida

Calcule $\frac{1}{6}+\frac{3}{4}$

Solución.

1) Calculamos el M.C.M de los denominadores:

$$\begin{array}{cc|c} 6 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & & \end{array} \quad \left.\right\} \text{M.C.M}(6,4)=2\times2\times3=12$$

2) Amplificamos para que las fracciones tengan igual denominador, en este caso 12.

$$\frac{1}{6}=\frac{1\times2}{6\times2}=\frac{2}{12}, \qquad \frac{3}{4}=\frac{3\times3}{4\times3}=\frac{9}{12}$$

3) Se suman las fracciones amplificadas.

$$\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=\frac{2}{12}+\frac{9}{12}=\frac{2+9}{12}=\boxed{\frac{11}{12}}$$

Ejercicios 4. Calcule las siguientes sumas de fracciones con diferente denominador.

a) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{5}+\frac{3}{10}$ d) $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$

Nota. Hay otros métodos para sumar fracciones con distinto denominador, como el método tijeras, etc., y es importante aclara que tiene su desventaja, ya que se pueden trabajar con números más grandes y puede resultar más complejo el cálculo, además de tener que simplificar el resultado. Sin embargo, el método estudiado, que es por amplificación, proporciona las respuestas de forma simplificada.