GUÍA DE AUTOESTUDIO DE MATEMÁTICA

- **Contenido 1: Elementos del círculo y la circunferencia: arco, cuerda. Recta tangente y recta secante**

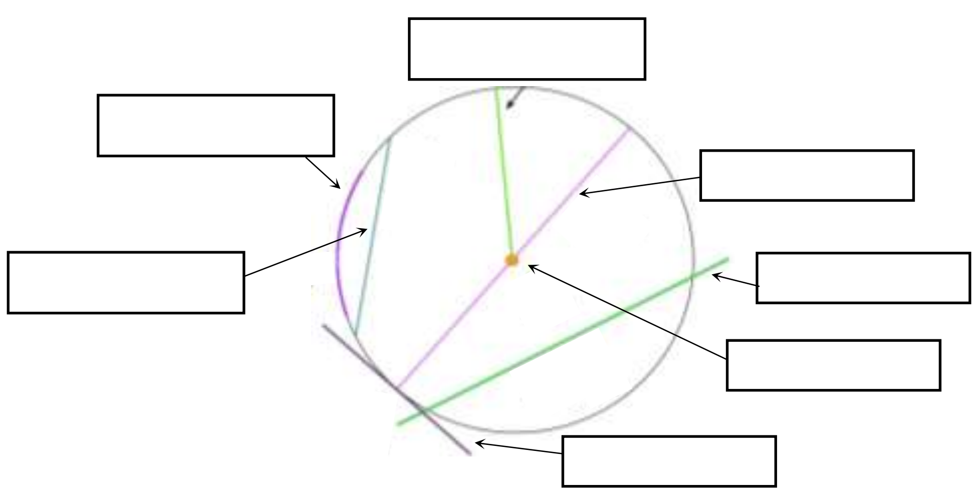
En este contenido se retoman los elementos del círculo y la circunferencia, incluyendo los cuatro elementos "nuevos" que son el arco, cuerda, recta secante y recta tangente.

Para ello es importante recordar las características que definen todos estos elementos tanto nuevos como ya conocidos. Para retomar estos elementos, recordemos que un **segmento** es una porción de una recta comprendida entre dos puntos:

- ✓ **Circunferencia:** figura geométrica plana que equidista de un punto fijo llamado centro.
- ✓ **Círculo:** la unión de una circunferencia con su interior.
- ✓ **Radio:** segmento que une un punto de la circunferencia con el centro.
- ✓ **Diámetro:** segmento que une dos puntos de la circunferencia y que pasa por el centro.
- ✓ **Cuerda:** segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.

- ✓ **Arco:** porción de la circunferencia comprendida entre dos puntos distintos.
- ✓ **Recta tangente**: aquella que pasa por un punto de la circunferencia al que llamamos punto de tangencia.
- ✓ **Recta secante**: aquella pasa por dos puntos de la circunferencia.

Ejercicio. Escribe el nombre de cada elemento y de cada recta, según corresponda.



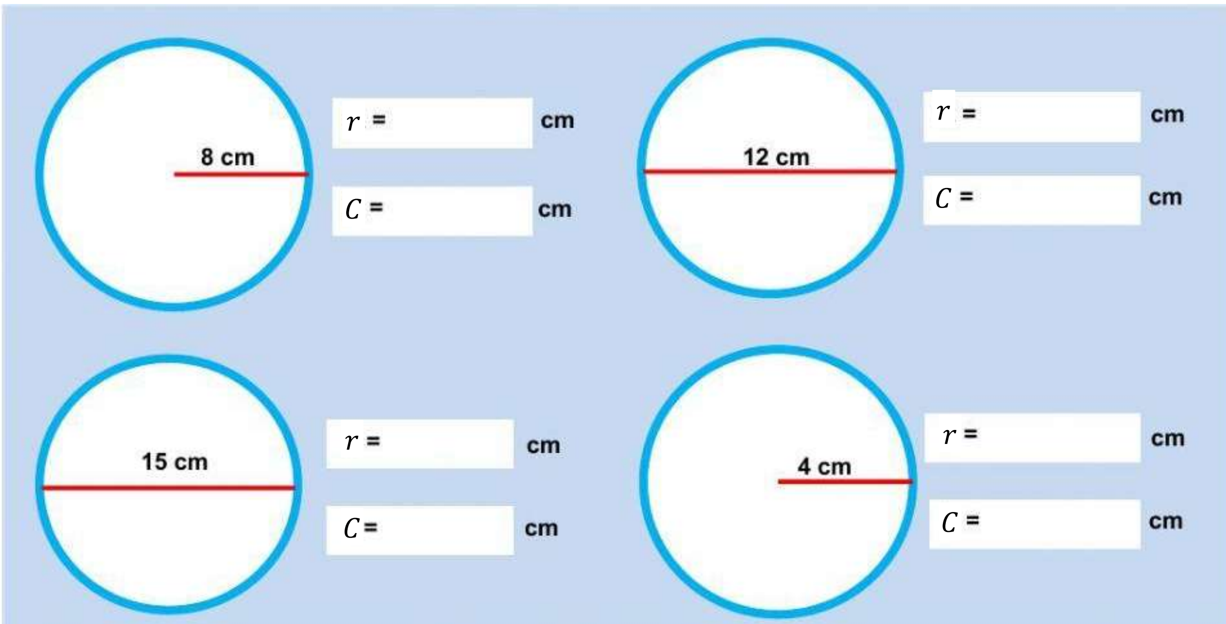
Contenido 2: Longitud de una circunferencia

Cuando hablamos de circunferencia, nos estamos refiriendo al "borde", simplemente a la línea conformada por todos los puntos que equidistan del centro. La fórmula para calcular la longitud C de una circunferencia es

$$\boldsymbol{C = 2 \times \pi \times r} \rightarrow \text{conocido su radio } r$$

$$\boldsymbol{C = \pi \times D} \rightarrow \text{conocido su diámetro } D$$

Calcula la longitud de las siguientes circunferencias



Contenido 3: Cantidad de veces, cantidad comparada y cantidad básica

Las fórmulas de la cantidad de veces (CV), cantidad básica (CB) y cantidad comparada (CC) son, respectivamente:

$$CC \div CB = CV, \qquad CC \div CV = CB, \qquad CC = CV \times CB$$

En situaciones aplicadas, lo que más cuesta es la identificación de las cantidades, entonces para ello consideremos la siguiente situación: En un barril hay 24 litros de agua, que es 2 veces lo que tiene un bidón, ¿cuántos litros de agua tiene el bidón?

Podemos reescribir la situación utilizando las cantidades, así podremos ver quien es CC, CV y CB:

24 es 2 veces <u>cierta cantidad</u>

En este caso, la base de la comparación es esta la cantidad desconocida, es decir, CB. Realizando los cálculos para calcular CB, resulta $CC \div CV = CB \rightarrow 24 \div 2 = \mathbf{12}$

De este modo, el enunciado que

$$\underbrace{24}_{CC} \text{ es } \underbrace{2 \text{ veces}}_{CV} \ \underbrace{12}_{CB} \qquad \textbf{Forma 1}$$

Este enunciado puede escribirse de otra forma:

$$\underbrace{12}_{CC} \text{ cabe } \underbrace{2 \text{ veces}}_{CV} \text{ en } \underbrace{24}_{CB} \qquad \textbf{Forma 2}$$

En conclusión,

- ✓ Si tenemos un enunciado en la forma "una cantidad es **tantas veces** otra", entonces la cantidad que está antes de "**tantas veces**" (por ejemplo 2 veces) es la cantidad básica, la cantidad comparada es la que está después.
- ✓ Si el enunciado está en la forma "una cantidad **cabe** tantas veces en otra", entonces la cantidad antes de la palabra "**cabe**" es la cantidad básica y la que está después es la cantidad comparada.

Ejemplos.

1) **Una canasta tiene 12 huevos que es 3 veces lo que se come una familia por día. ¿Cuántos huevos come la familia diariamente?**

Solución. Reescribiendo las cantidades en la **forma 1**: 12 es 3 **veces** _______. En este caso, 12 es CC, 3 es CV y nuestra cantidad desconocida es CB. Para ello usamos la fórmula: $12 \div 3 = 4$, así, 12 es 3 veces 4 y se puede decir que la familia come 4 huevos diariamente.

2) **Daniel tiene una botella de 1.5L cuya cantidad de agua cabe 4 veces en un pichel. ¿Cuánto es la capacidad del pichel?**

Solución. Como se utiliza la palabra **cabe**, entonces se reescribe en la forma 2: 1.5 cabe 4 veces en _______. En este caso CB es 1.5, CV es 4 y CC es la cantidad desconocida. Utilizando la fórmula correspondiente, se tiene $CC = 1.5 \times 4 = 6$. La capacidad del pichel es 6L.

3) **Carlos tiene una cinta de 15cm mientras que su hermano tiene otra de 12cm. ¿Cuántas veces la cinta de Carlos cabe en la cinta de su hermano?**

Solución. Como se utiliza la palabra **cabe**, reescribimos la pregunta como en la forma 2, es decir, 15 cabe _______ veces en 12; entonces CB es 15, CV no se conoce y CC es 12. Haciendo el cálculo con la fórmula se tiene $CC \div CB = CV \rightarrow 12 \div 15 = 0.8$. Entonces la cinta de Carlos cabe 0.8 veces en la de su hermano.

Resuelve los siguientes problemas.

1) Un tractor consume 1.4l de gasolina por cada milla recorrida. Si en la jornada laboral recorrerá 18 millas, ¿cuántos litros consumirá?
2) ¿Cuántas veces cabe una varilla de 1.8 metros en otra que mide 12.6 metros?
3) Una panadería produce 120.5kg de pan al día. Si una panadería más pequeña produce 0.6 veces esa cantidad, ¿cuánto produce la panadería pequeña? (**Sugerencia:** identifica la cantidad que es tantas veces la otra.)
4) La velocidad de descarga del internet de Juan es de 25.6 Mbps. Si la velocidad de María es 1.8 veces, ¿cuál es la velocidad de María?

Contenido 4: Tanto por ciento

Para este contenido se debe analizar la situación para corresponder cada cantidad con su porcentaje.

Ejemplos:

1) Un juguete cuesta $200 y tiene un 20% de descuento. ¿Cuánto dinero te ahorras?

Solución. Al haber descuento, el precio original disminuye, en lugar de pagar el 100% (que es el precio regular) ahora pagaremos: 100−20=80%.

Cantidades		Porcentajes
200	→	100%
x	→	80%

$$x=\frac{2\cancel{00}\times 80}{1\cancel{00}}$$

$$x=\frac{2\times 80}{1}$$

$$x=\frac{160}{1}$$

$$x=160$$

El precio con descuento es de C$160.

2) En un supermercado el precio de 1 libra de queso es de C$104, si hay rumores que el queso aumentó un 30% del precio regular. ¿Cuál era su precio antes del aumento?

Solución. El precio original incrementó en un 30%, así que en lugar de pagar el 100% (el precio regular) se pagará el 100+30 = 130%. Así, se construye el esquema:

Cantidades		**Porcentajes**
104	→	130%
x	→	100%

$$x=\frac{104\times 10\cancel{0}}{13\cancel{0}}$$

$$x = \frac{104 \times 10}{13}$$

$$x = \frac{1040}{13}$$

$$x = 80$$

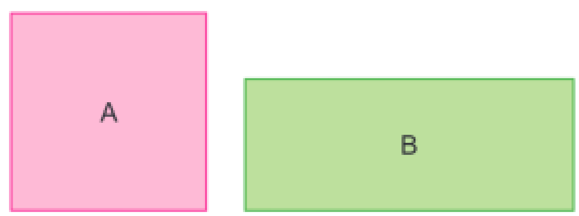
El precio regular era de C$80.

Resuelve los siguientes problemas

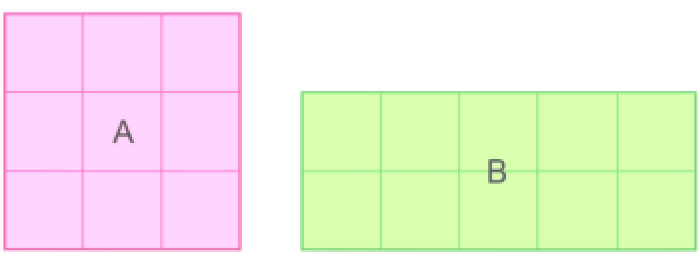
1) Un juguete cuesta $200 y tiene un 35% de descuento. ¿Cuánto dinero te ahorras?
2) En un examen de 50 preguntas, Ana respondió 40 correctamente. ¿Qué porcentaje de representa el total de respuestas correctas?
3) En una canasta hay 140 frutas. Si el 15% son manzanas, ¿Cuántas manzanas hay en la canasta?
4) En un colegio, de 250 estudiantes, se ausentó el 24%. ¿Qué porcentaje de estudiantes se ausentó?

- **Contenido 5: Área de triángulos**

El **concepto de área** es referido a la medida asignada a una región plana. Por ejemplo, para saber cuáles de las dos figuras a continuación es más grande:

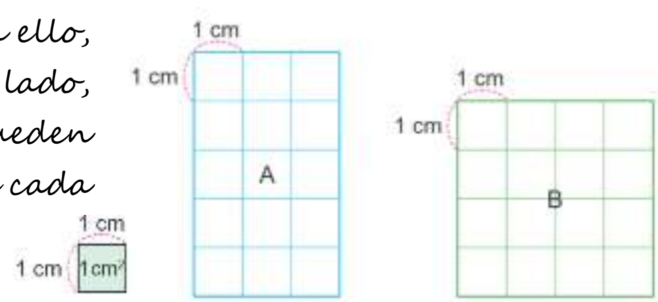


Lo que se puede hacer es dividir las figuras en cuadrados de igual medida y luego contar el total de cuadrados en cada una de las figuras:



La figura A tiene 9 cuadrados mientras que B tiene 10 cuadrados, entonces la figura B es más grande que la de A. Aquí hemos medido regiones planas contando el total de cuadrados que hay en cada región.

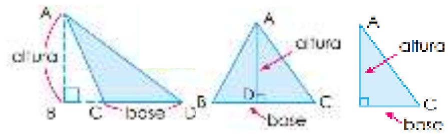
Cuando medimos un objeto con una regla, usualmente la unidad de medida utilizada es cm, pero qué unidad de medida se utiliza al medir regiones (calcular áreas). Para ello, dividimos una figura en cuadrados de 1u de lado, por ejemplo, en la figura de la derecha se pueden formar varios cuadrados de 1cm de lado, donde cada



uno de estos tiene área **un centímetro cuadrado** y se escribe como $1cm^2$.

Luego se deducen las fórmulas para el cálculo de área de triángulos:

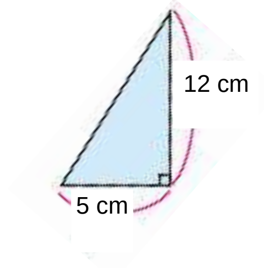
$$A = \frac{b \times a}{2}$$



Donde b es la base y a es la altura. En otras palabras, el área de un triángulo se calcula multiplicando la base con la altura y el resultado dividiéndolo entre 2. Es importante resaltar que la fórmula es la misma independientemente de la forma del triángulo o según sea rectángulo, obtusángulo o acutángulo.

Ejemplos

1) Calcula el área del siguiente triángulo. Utilizando la fórmula:



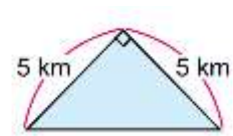
$$A = \frac{b \times a}{2}$$

$$A = \frac{12 \times 5}{2}$$

$$A = \frac{60}{2}$$

$$A = 30\ (cm^2)$$

2) Calcula el área del siguiente triángulo. En este caso, la unidad de medida no es cm, sino km. Esto significa que en la respuesta el área no será cm^2, sino km^2.



$$A = \frac{b \times a}{2}$$

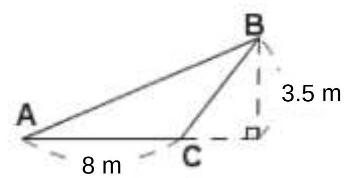
$$A = \frac{5 \times 5}{2}$$

$$A = \frac{25}{2}$$

$$A = 12.5\ (km^2)$$

3) El tejado de una caseta tiene forma de triángulo con base de 8 m y altura de 3.5 m. ¿Cuántos m^2 de teja se necesitan para cubrirlo?

Solución. Se calcula el área con la fórmula:



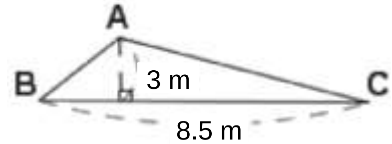
$$A = \frac{8 \times 3.5}{2}$$

$$A = \frac{28}{2}$$

$$A = 14$$

Entonces el área que se necesita $14m^2$ de teja para cubrir el tejado.

4) Una cabra se encuentra comiendo pasto dentro de un establo con forma de triangular como se muestra en la figura. ¿Cuál es la cantidad el área que comerá de pasto?



Solución. Se calcula el área con la fórmula:

$$A = \frac{8.5 \times 3}{2}$$

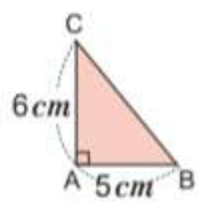
$$A = \frac{25.5}{2}$$

$$A = 12.75\ (m^2)$$

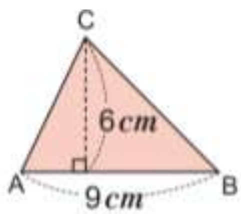
La cantidad de pasto que comerá es de $12.75m^2$.

Ejercicios. Calcula el área de los siguientes triángulos.

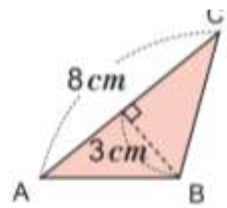
a)



b)

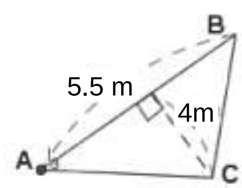


c)

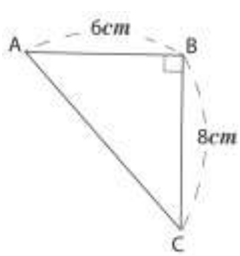


Problemas

1) Se desea pintar una piscina triangular como en la figura. ¿Cuál el área a pintar? (**sugerencia:** puedes rotar el triángulo a conveniencia para identificar la base y la altura).



2) Un niño desea crear un cometa volador utilizando papel periódico. Si el cometa deseado tiene las dimensiones siguientes, ¿cuánta es la cantidad de papel a utilizar?



3) Un espejo decorativo tiene forma de triángulo. ¿Cuál es su área?