

GUÍA DE ESTUDIO DE MATEMÁTICA 7MO

Contenido 1: Concepto de función

Concepto. Si al dar un valor a x se determina un único valor de y , se dice que y **está en función de x** .

Ejemplos

- ✓ El cambio y en córdobas recibido después de comprar un producto con un billete de C\$50.
 - Si el producto cuesta $x = 10$, recibe $y = 50 - 10 = \text{C\$40}$ de cambio.
 - Si este cuesta $x = 30$, recibe $y = 50 - 30 = \text{C\$20}$ de cambio
 - La relación es $y = 50 - x$
- ✓ La distancia y en metros recorrida por una persona en x segundos; si se conoce que avanza 2 metros por segundos.
 - En $x = 4$ segundos, habrá recorrido $y = 2(4) = 8$ metros.
 - En $x = 10$ segundos, habrá recorrido $y = 2(10) = 20$ metros.
 - La relación es $y = 2x$.
- ✓ ¿Es posible expresar la cantidad y de camisetas que posee una persona en función del número x de pantalones que tiene en su guardarropa?
 - La respuesta es NO, pues el número de pantalones de una persona no influye sobre el número de camisas que pueda tener. En este caso, y **no está en función de x** .

Ejercicios

Determina si las siguientes situaciones representan una relación entre x y y , en caso de serlo, escribe la relación.

- a) Si un atleta recorre 50 metros por minuto, la distancia y en metros que recorre en x minutos.
- b) La cantidad y de puertas en una casa, si viven en esta x personas.
- c) En una bolsa que contiene 30 jocotes, el número y de jocotes que quedan después de sacar x de ellos.
- d) La cantidad y de dinero de un señor en función de la cantidad x de dinero que gana su esposa.

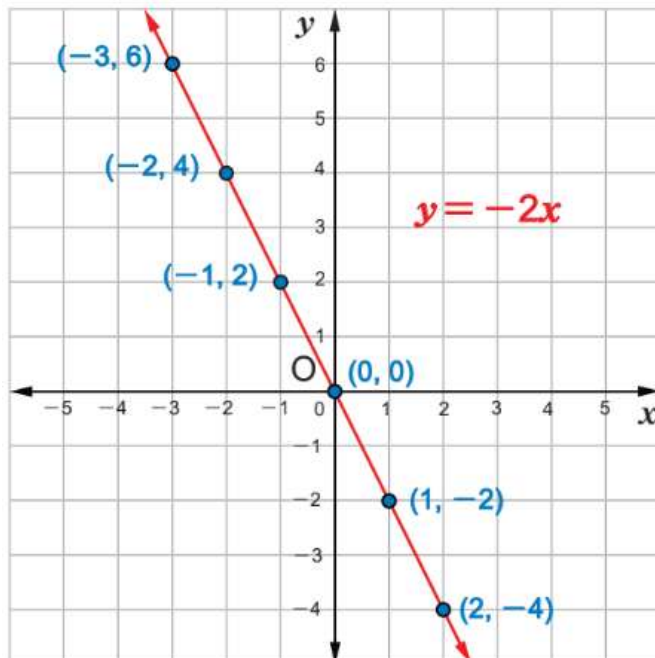
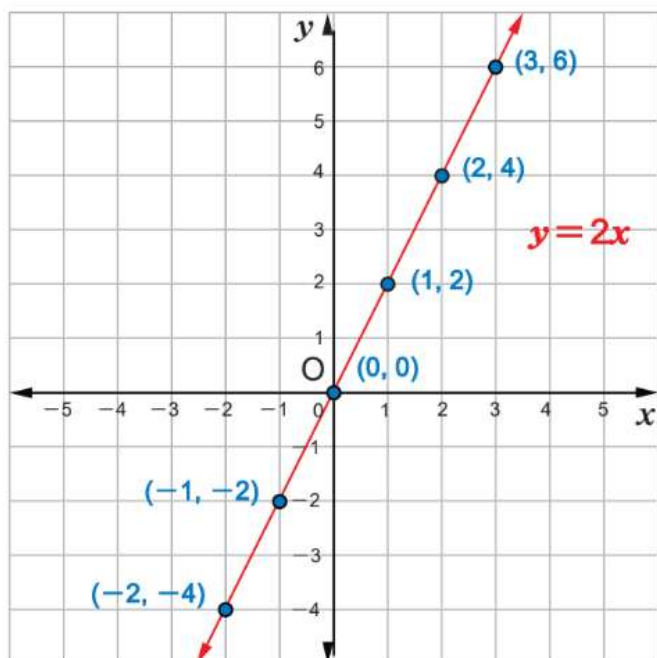
Contenido 2 y 3: Proporcionalidad directa y gráfica de proporcionalidad directa

A continuación, se brindan conceptos, relaciones y resultados que se caracterizan en la proporcionalidad directa.

- ✓ Si dos variables x y y están relacionadas por la igualdad $y = kx$, se dice que y **es directamente proporcional a x** . Al número k se le llama **constante de proporcionalidad**.
- ✓ Dos variables x y y **directamente proporcionales** cumplen que el cociente $\frac{y}{x}$ es constante.
- ✓ La constante de proporcionalidad directa se calcula mediante $k = \frac{y}{x}$.
- ✓ Cuando dos variables son directamente o inversamente proporcionales, estas lo siguen siendo aunque tomen valores negativos.

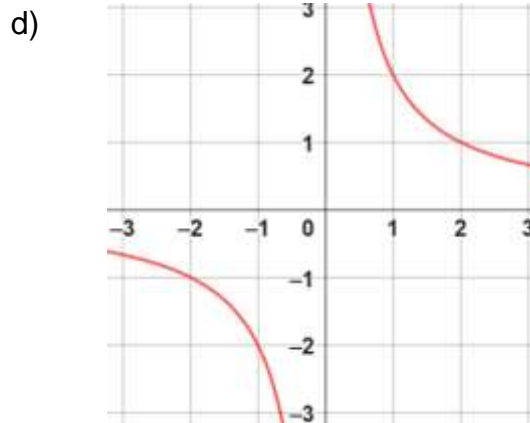
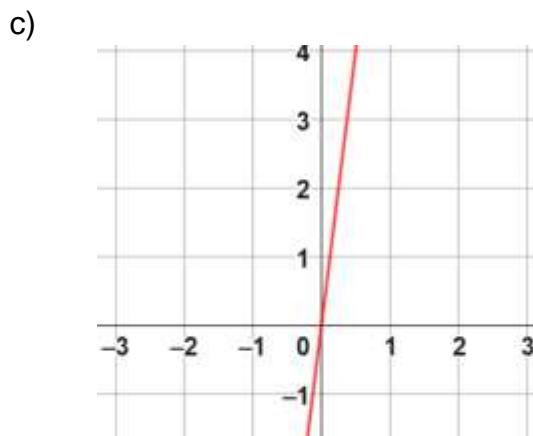
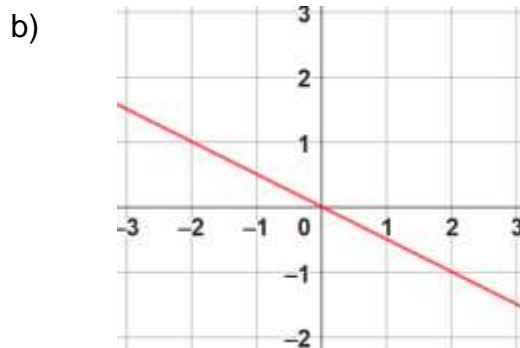
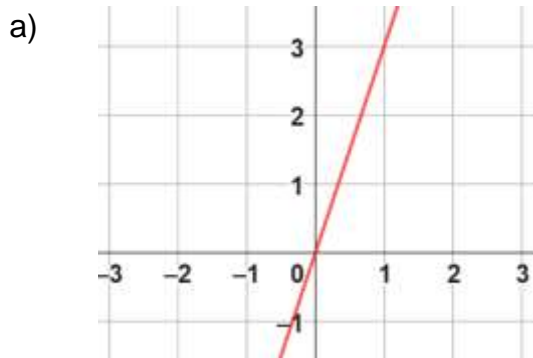
Referido a la gráfica de proporcionalidad directa, recordemos algunas características:

- ✓ Al unir los puntos que se obtiene a partir de la relación $y = kx$ con $k > 0$ o $k < 0$ la gráfica de la proporcionalidad directa que se forma es una **recta**, que pasa por el origen.

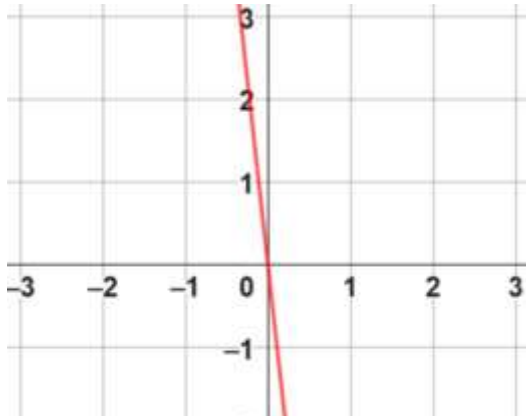


Ejercicios

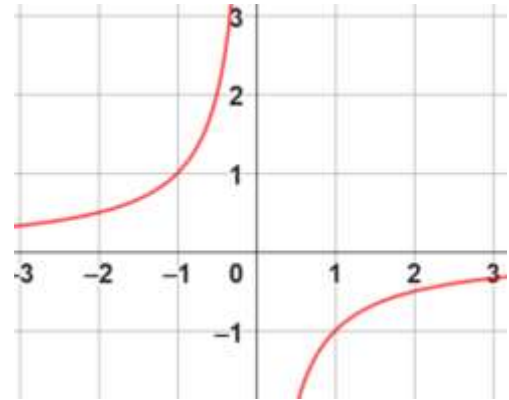
Identifica cuáles de las siguientes gráficas representa una proporcionalidad directa.



e)



f)



Contenido 4 y 5: Proporcionalidad inversa y gráfica de proporcionalidad inversa

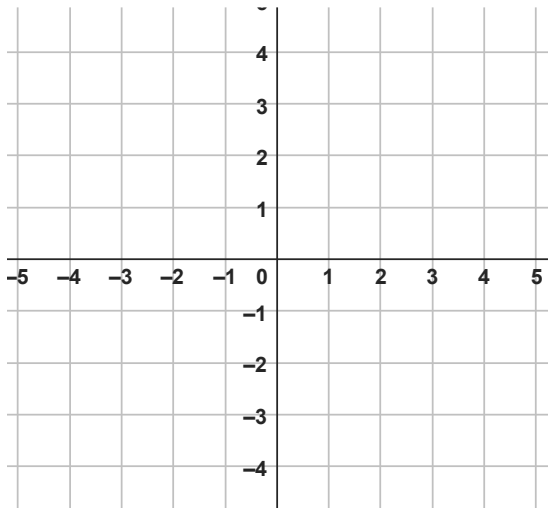
1) Para este contenido recordamos que

- ✓ Si dos variables x y y están relacionadas por una expresión de la forma $y = \frac{k}{x}$ se dice que y es **inversamente proporcional** a x , o de otra manera que x y y son **inversamente proporcionales**. Al número k se le llama **constante de proporcionalidad**.
- ✓ Dos variables x y y **inversamente proporcionales** cumplen que el producto $x \cdot y$ es constante.
- ✓ La constante de proporcionalidad directa se calcula mediante $k = x \cdot y$.
- ✓ Cuando dos variables son directamente o inversamente proporcionales, estas lo siguen siendo aunque tomen valores negativos.
- ✓ La gráfica de la proporcionalidad inversa $\frac{y}{x}$ se llama **hipérbola**.

2) Construye la gráfica de cada proporcionalidad inversa.

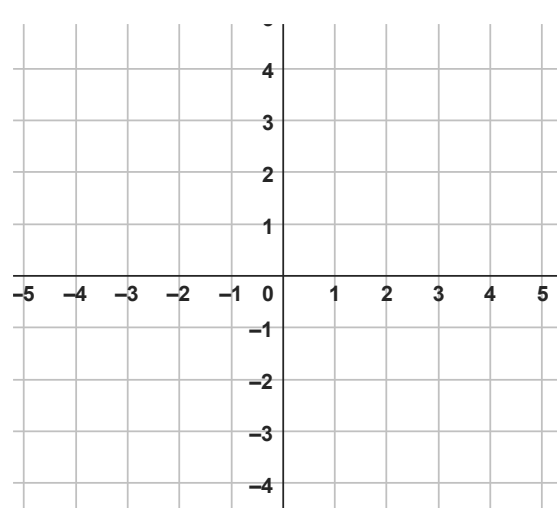
a) $y = \frac{3}{x}$

x	-3	-2	-1	1	2	3
y						



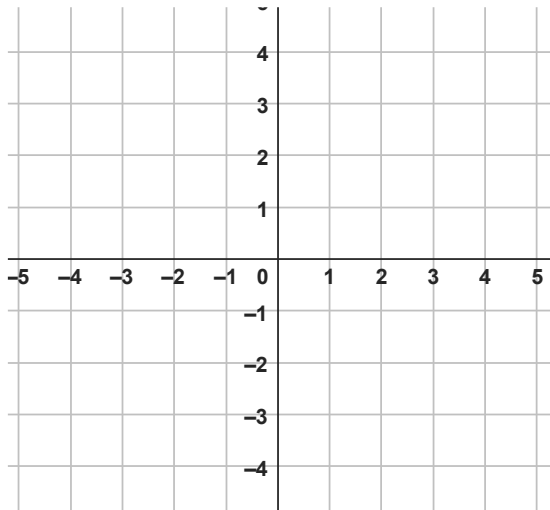
b) $y = \frac{5}{x}$

x	-5	-2	-1	1	2	5
y						



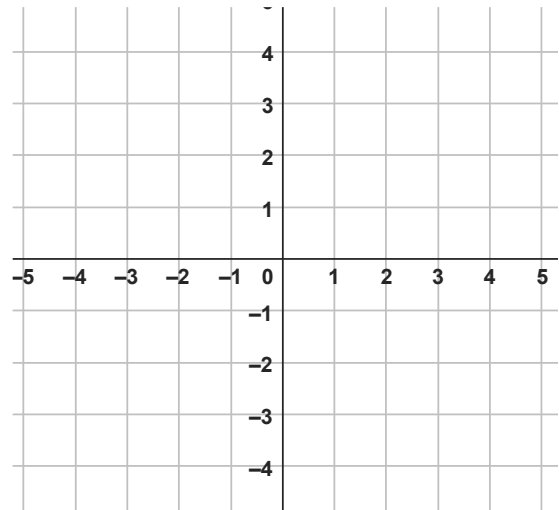
c) $y = \frac{2}{x}$

x	-2	-1	1	2
y				



d) $y = \frac{1}{x}$

x	-2	-1	1	2
y				



Contenidos 6 y 7: Regla de tres simple directa y regla de tres simple inversa

La clave de estos contenidos es la identificación de la proporción que guardan las variables, por ello, retomamos las nociones de proporcionalidad directa e inversa previamente estudiadas.

Ejemplo. La docena de limones cuesta C\$17 ¿Cuál será el precio de 7 docenas de los mismos limones?

Solución. Para ello identificamos las variables involucradas y si estas son directa o inversamente proporcionales. Luego analizamos la situación en concreto: ¿entre más docenas de limones, el precio aumentará o disminuirá? Obviamente son **directamente proporcionales** pues entre más docenas, se pagará más, entonces se aplica la regla de tres simple directa:

Docenas de limones	1	7
Precio (C\$)	17	x

$$\rightarrow x = \frac{(17)(7)}{1} = 119$$

El precio de 7 docenas de limones es de C\$119.

Ejemplo. Si 6 obreros tardan 13 días en realizar un trabajo ¿Cuánto tardarán 12 obreros en realizar la misma tarea?

Solución. Entre más obreros, se tardará menos días en realizar la misma tarea. Entonces la proporción es inversa y se aplica la regla de tres simple inversa:

Obreros	6	12
Días	13	x

$$\rightarrow x = \frac{(13)(6)}{12} = 6.5$$

Entonces 12 obreros durarán 6 días y medio en realizar la misma tarea.

Ejercicios

- a) Un empleado que trabaja 6 horas diarias recibe un salario de C\$4,420.42 por mes. El dueño de la fábrica le ha comunicado que la empresa aumentará su horario de trabajo en 2 horas diarias ¿Cuánto recibirá con el nuevo horario de trabajo? (*Sugerencia:* a las horas que trabaja antes diariamente, súmale las horas que se le aumentaron).
- b) Un ciclista tarda 5 horas en recorrer 125 km ¿Cuánto tardará en recorrer 225 km?
- c) Un automóvil recorre 100 km y consume 2 galones de gasolina ¿Cuántos galones consumirá si recorre 400 km a la misma velocidad?
- d) Cinco obreros construyen una casa en 4 días. ¿Cuántos días tardarán en construir la misma casa 2 obreros?
- e) Lenin guardó sus lápices en 4 cajas con 12 lápices en cada una. Si quiere usar 3 cajas para guardar la misma cantidad, ¿cuántos lápices debe guardar en cada caja? (*sugerencia:* entre menos cajas, la cantidad de lápices en cada una, aumenta).
- f) Orlando viaja en su motocicleta a una velocidad de 40 km/h y recorre cierta distancia en 2 horas. Si quiere recorrer la misma distancia en 5 horas, ¿a qué velocidad debe ir?

Contenido 8: Regla de tres compuesta

Este contenido involucra conjuntamente la regla de tres simple directa e inversa, abordadas en los contenidos 6 y 7. Aquí retomamos el procedimiento y haremos una reflexión sobre las situaciones donde está la regla de tres compuesta. Es importante destacar que aquí se construye una tabla donde las variables involucradas se ubican de manera vertical, y no horizontal a como se abordó en la regla de tres simple directa e inversa.

Ejemplo. Andrea lee un libro de 500 páginas en 20 días y lee 1 hora diaria ¿Cuántos minutos debe leer diariamente para que, en condiciones iguales, lea un libro de 800 páginas en 15 días?

Solución. Primero identificamos las variables: páginas, días y horas diarias. Entonces formamos la tabla para construir la regla de tres compuesta:

Páginas	Días	Minutos diarios
500	20	60 (1 hora)
800	15	x

Luego ubicamos la columna donde se encuentra nuestra cantidad desconocida, y vemos que está en la de minutos diarios. Luego nos preguntamos,

columna por columna, si es directa o inversamente proporcional a los minutos diarios:

¿Entre más página se lean, se dedicarán más o menos minutos diarios? Exacto, más minutos, por tanto, la proporción es directa. ¿Entre menos días se lean, tocará leer más o menos días diarios? En este caso, si disminuyen los días, se deberá dedicar más minutos diarios para que estén en condiciones iguales, por lo tanto la proporción es inversa. Luego, en ese orden formamos la proporción, invirtiendo aquellas razones donde sea inversa y luego multiplicamos las que no tengan la cantidad desconocida:

$$\frac{\cancel{500}}{800} \cdot \frac{\cancel{15}}{20} = \frac{60}{x} \rightarrow \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{60}{x}$$
$$\rightarrow \frac{15}{32} = \frac{60}{x}$$

$$\rightarrow x = \frac{(32)(60)}{15} = 128$$

Entonces debe dedicar 128 minutos diarios, o de otra forma, 2 horas con 8 minutos diarios.

Ejercicios

- Alejandro contrató a 15 obreros que al trabajar 40 días durante 10 horas diarias construyeron en su casa una alberca con capacidad de 80,000l de agua. Si Alejandro contrata a 10 de esos obreros para que trabajen 6 horas diarias y construyan otra alberca con capacidad de 40,000l de agua ¿Cuántos días tardarán en construirla?
- Una fábrica proporciona botas a sus obreros si cuatro obreros gastan 6 pares de bota en 120 días ¿Cuántos pares de botas gastarán 40 obreros en trescientos días?
- En un barco cuya tripulación está conformada por 12 personas, se da una ración de agua de 8l diarios para toda la tripulación, en un viaje de 6 días. A la hora de zarpar, dos de los tripulantes deciden quedarse, entonces el viaje ahora puede durar 2 días más. ¿Cuál debe ser ahora la ración diaria de agua para toda la tripulación?

¿Dónde se utiliza la regla de tres compuesta?

Para responder al ítem actitudinal que se evalúa en todas las pruebas, es importante reflexionar sobre los contextos en los que se utiliza la regla de tres compuesta. Por ejemplo, los contextos laborales como en el ejercicio a), o bien contextos sociales como el c); sin embargo, no todos los contextos de este tipo requieren del uso de esta regla, pues en los contenidos 6 y 7 se abordan situaciones bajo estos mismos contextos, mas no se utiliza la regla de tres compuesta.

Entonces es importante que, al mencionar estos contextos, se justifique el porqué se usa la regla de tres compuesta. Por ejemplo, en el ítem a) que es un contexto laboral, se trabaja con la regla de tres compuesta porque se logra identificar más de dos variables: obreros, días, horas diaria y litros (de la alberca).

Siguiendo esta lógica, uno puede crear de forma arbitraria situaciones en las que se utiliza la regla de tres compuesta, sin necesidad de resolverlas, con el fin de identificar y argumentar en qué situaciones se usa.