

GUÍA DE ESTUDIO DE MATEMÁTICA GTO

✚ Contenido 1: Proporcionalidad directa

Se dice que dos magnitudes o variables son **directamente proporcionales** si al aumentar o disminuir una, la otra también aumenta o disminuye respectivamente, en la misma razón, en otras palabras “entre más, más” o bien, “entre menos, menos”.

Ejemplos

- 1) Los litros de gasolinas consumidos por un auto y la distancia que este recorre, pues entre más distancia se recorra más gasolina se consumirá.
- 2) El salario de un empleado y el trabajo ejercido, pues entre más trabaje se espera que se le pague más.
- 3) El costo de cierta cantidad de artículos, ya que entre más artículos se compren se espera pagar más.
- 4) La velocidad y el tiempo no son directamente proporcionales, pues en un viaje entre más veloz vaya un automóvil, se espera que el tiempo disminuya del viaje (entre más velocidad, resulta menos tiempo).

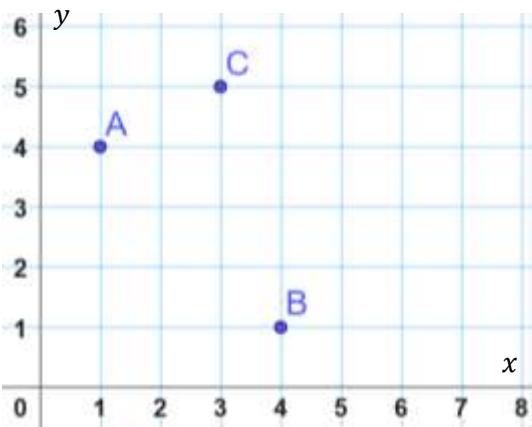
Ejercicios

- 1) Si 3 chocolates cuestan C\$20, ¿cuánto costarán 18 chocolates?
- 2) En supermercado, una canasta de manzanas cuesta \$105. Si cada una contiene 15, ¿cuánto se debe pagar por una sola manzana?
- 3) Para hacer 4 disfraces iguales se necesitan 12 metros de tela. ¿Cuántos metros se necesitarán para hacer 9 disfraces?
- 4) En una biblioteca se notó un patrón en la cantidad de libros, y es que por 2 libros de inglés hay 3 de español. ¿cuántos libros de inglés en total hay en la biblioteca, si se sabe que hay 54 de español? (Nota: si aumentan los libros de inglés aumentan los de español).

✚ Contenido 2: Gráfica de proporcionalidad directa

Para este contenido, primero repasemos el contenido de plano cartesiano abordado a inicio de año y la ubicación de puntos.

Ejemplo: Escribe las coordenadas de los puntos en el siguiente plano cartesiano.

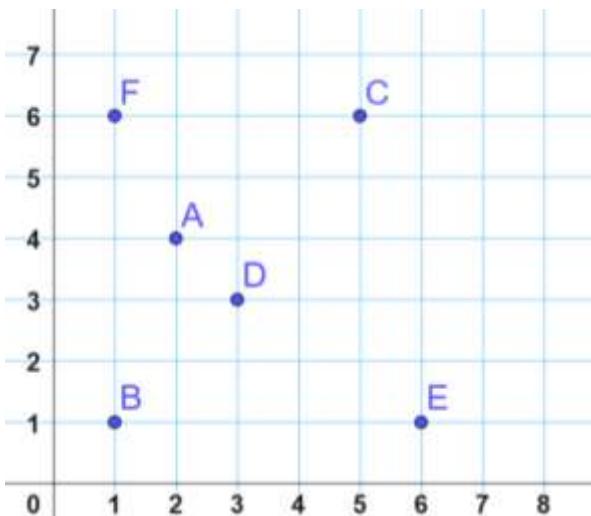


Solución: Recordemos que el eje horizontal lo llamamos eje x y al eje vertical lo llamamos eje y . De esta manera, el punto A tiene 1 como coordenada en x y 4 en su coordenada en y . El punto A queda determinado por las coordenadas

(1, 4)
Coordenada x Coordenada y

Entonces el punto B tiene coordenadas (4, 1). Notemos que los puntos A y B tienen al 1 y 4 entre sus coordenadas, pero con el orden invertido, y además los puntos son diferentes. Esto se debe a que el orden de las coordenadas de los puntos, importa. Finalmente, el punto C tiene coordenadas (3, 5).

Ejercicio: Identifica las coordenadas de los siguientes puntos en el plano cartesiano.



- | | |
|-----------------|-----------------|
| A: (____, ____) | D: (____, ____) |
| B: (____, ____) | E: (____, ____) |
| C: (____, ____) | F: (____, ____) |

Ahora, cuando hablamos de la gráfica de proporcionalidad directa, nos referimos a la representación geométrica que esta tiene en el plano cartesiano la cual es una línea recta (leer página 239 y 240 del LT).

Ejemplo: Construye la gráfica de la proporcionalidad directa expresada en la tabla de proporcionalidad.

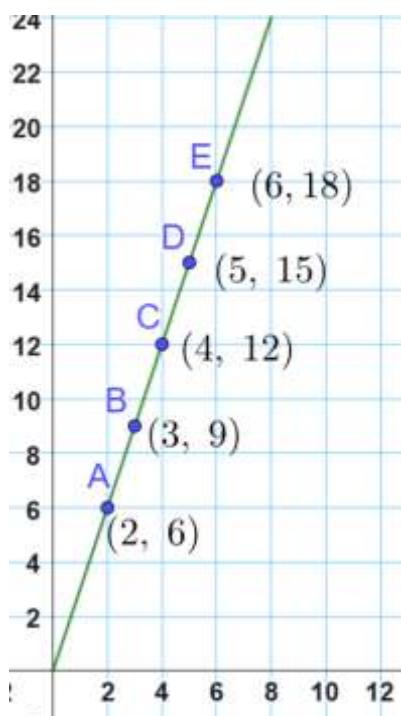
2	3	4	5	6
6	9	12	15	18

Luego de la tabla, construimos los puntos para graficarlos en el plano cartesiano.

2	3	4	5	6
6	9	12	15	18

Puntos: $(2, 6)$, $(3, 9)$, $(4, 12)$, $(5, 15)$, $(6, 18)$

Luego, ubicamos estos puntos en el plano cartesiano.



De esta manera:

$$A: (2, 6)$$

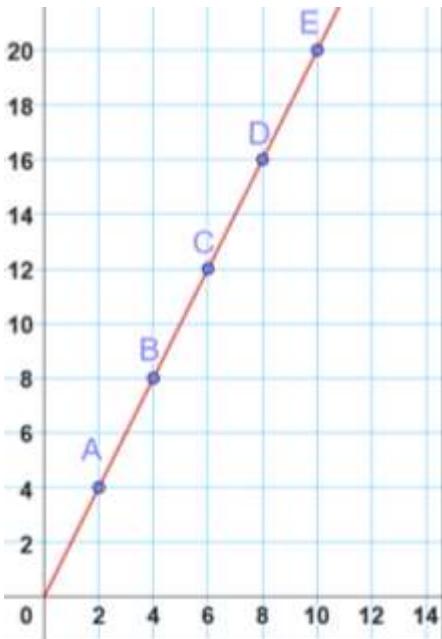
$$D: (5, 15)$$

$$B: (3, 9)$$

$$E: (6, 18)$$

$$C: (4, 12)$$

Ejercicio: Completa los espacios en blanco correspondientes a las coordenadas de los puntos indicados.



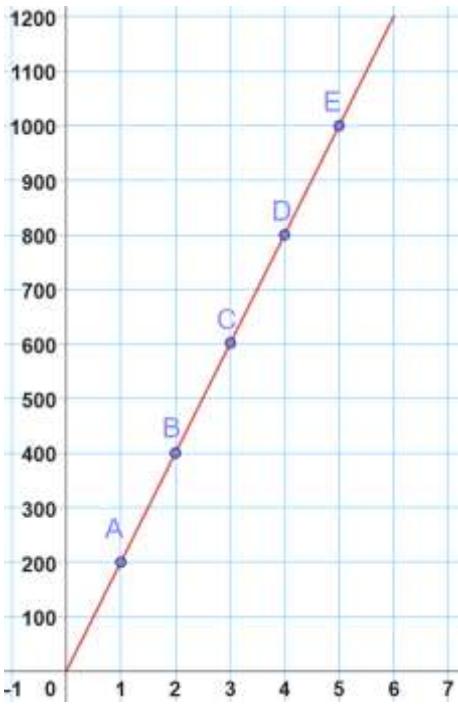
$$A: (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$$

$$D: (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$$

$$B: (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$$

$$E: (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$$

$$C: (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$$



$$A: (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$$

$$D: (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$$

$$B: (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$$

$$E: (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$$

$$C: (\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}})$$

💡 Contenidos 3 y 4: Regla de tres simple directa y cálculo del tanto por ciento

Estos contenidos se han repasado de manera procedural, por lo que abordaremos este contenido de manera conceptual, es decir, cuándo y cómo se utiliza, también se detallan los términos o elementos presentes, etc.

La regla de tres simple directa la utilizamos en situaciones donde hay variables o magnitudes directamente proporcionales. ¿En qué consiste este método? Hay varias presentaciones, pero la abordada en este corte fue mediante una especie de tabla o caja en la cual escribíamos las variables involucradas y sus cantidades de manera respectiva.

Ejemplo. Un camión puede transportar 6 toneladas de arena en 2 viajes. ¿Cuántos viajes necesita el mismo camión para transportar 24 toneladas de arena?

Solución. Aquí tenemos una situación donde la proporcionalidad es directa, pues entre más toneladas se requieren, lógicamente, más viajes. Entonces formamos la tabla para aplicar la regla de tres:

Toneladas	Viajes
6	2
24	x

Luego formamos las proporciones en el orden que aparecen y determinamos x:

$$\frac{6}{24} = \frac{2}{x} \rightarrow x = \frac{24 \times 2}{6}$$

$$x = 8$$

Entonces se requieren de 8 viajes para transportar 24 toneladas. Nota: Este paso de construir la proporción se puede omitir, realizando directamente el cálculo de 24×2 y al resultado dividirlo entre 6.

Es importante considerar que en la regla de tres:

- 1) Se construye una caja/tabla.
- 2) Dentro de la caja se escriben, de manera respectiva, los valores o datos del problema y la cantidad desconocida.
- 3) Se determinan estos datos usando la propiedad fundamental de las proporciones (multiplicar en cruz).

Nota. Se debe considerar que la regla de tres simple directa es utilizada para el cálculo del tanto por ciento, en la cual se construye la tabla escribiendo las cantidades y los porcentajes de manera correspondiente.

Contenido 5: Tanto por ciento más y tanto por ciento menos

El cálculo del tanto por ciento más o tanto por ciento menos, está relacionado con uso de la regla de tres simple y el cálculo de tanto por ciento en general.

Ejemplo. Carlos fue a una tienda a comprar 1 kilo de azúcar a C\$70, y ve un rótulo donde se dice que el kilo subió un 15% en relación a la semana anterior. ¿Cuál fue el precio en esa semana?

Precio (\$)	%
70	115
x	100

Solución. Si hay un aumento del 15%, quiere decir que el kilo se está vendiendo a un 115% en relación al precio de la semana anterior:

$$x = \frac{70 \times 100}{115}$$

$$x = 60.86$$

Entonces el precio de la semana anterior era aproximadamente de C\$60.86

Ejemplo. Se compra un automóvil usado a un 5% de descuento. Si el precio pagado por el auto fue de \$15,000, ¿cuál era el precio sin descuento?

Solución. Si hay un descuento del 5%, quiere decir que el auto en realidad se vendió al 95% de su precio original, entonces formamos la regla de tres

Precio (\$)	%
15,000	95
x	100

Entonces calculamos x:

$$x = \frac{15,000 \times 100}{95}$$

$$x = 17,789.4$$

Entonces el precio original era de \$17,789.4

Ejercicios

- 1) Si un videojuego normalmente cuesta \$40 y tiene un descuento del 20%, ¿cuál es el precio con ese descuento? ¿Cuánto dinero se ahorra?
- 2) En una librería, una mochila cuesta normalmente \$50. Si aplican un 30% de descuento, ¿cuál es el precio final?
- 3) Si el combo de unas pizzas cuesta \$20 y el precio sube un 15%, ¿cuánto costará ahora?
- 4) Una bicicleta cuesta \$800 y su precio aumenta un 20% durante diciembre, ¿cuál será su nuevo precio en ese mes?

Contenido 6: Gráfico de fajas, circular y de líneas.

El uso de las gráficas de fajas, circular y de líneas son muy importantes en distintos contextos, por ejemplo:

- 1) **Empresariales:** para presentar de forma comparativa el porcentaje respectivo de los ingresos o egresos económicos según las categorías. Por ejemplo en una empresa de telefonía móvil y residencial.



- 2) **Educativos:** para organizar el porcentaje de estudiantes por cada grado, respecto del total que hay en el colegio.
- 3) **Sociales:** para mostrar los productos de limpieza más utilizados por la población.

Contenidos 7 y 8: Casos posibles: combinaciones y diagrama de árbol, combinaciones con repetición

Ejercicios

- 1) Una madre de familia le prepara el lunch a su hijo y para ello tiene 3 frutas para escoger: manzana, naranja y banano. ¿Cuántas combinaciones de 2 frutas diferentes puedes empacar para su hijo?
- 2) Si en fiestas decembrinas debes regalar 2 juguetes a dos niños, entre los que debes elegir si carros o pelotas, o ambos. ¿Cuántas combinaciones hay de elegir los 2 regalos?
- 3) Ana, Luis, Carla y Pedro son 4 amigos que desean jugar algo divertido, pero para ello deben formarse en pareja. ¿Cuántos equipos se pueden formar?
- 4) En un puesto de helados dejan que elijas los 2 sabores de tu preferencia. Si se tiene chocolate, vainilla y galleta. ¿De cuántas maneras se puede elegir el helado?
- 5) Un club de futbol dese formar su propia bandera y para ello cuentan con 3 colores: rojo, azul, verde. ¿De cuántas formas se puede crear una bandera usando dos colores? (Nota: una bandera se distingue por el color y ubicación de las franjas).